

Sur une sphère

Dans la bande dessinée ci-contre, Kangy prétend qu'en se déplaçant vers le Sud, puis vers l'Est, puis vers le Nord, on peut se retrouver à son point de départ !

En remplaçant 1 km par 10 000 km, on comprend mieux ce qui se passe :

par exemple, on peut partir du Pôle Nord, faire

10 000 km jusqu'à Quito

sur l'équateur, tourner

de 90° , suivre

l'équateur jusqu'à

Libreville, tourner

à nouveau de 90°

et remonter de

10 000 km pour

revenir au Pôle

Nord.

On peut aussi

faire beaucoup

moins de chemin :

en partant du Pôle,

faisant x km au Sud,

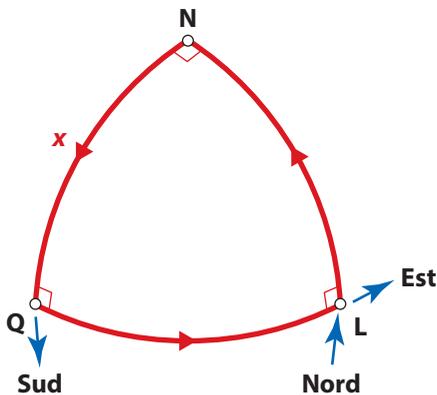
puis x km à l'Est,

puis x km au Nord,

on revient au

Pôle Nord après avoir parcouru un

triangle « équilatéral ».



Mais il y a beaucoup plus fort !

Observons par exemple le chemin suivant :

- On part d'un point A (pas loin du pôle Sud) en se dirigeant vers le Sud.

- On décrit un cercle autour du pôle Sud (dans la direction de l'Est).

- On revient vers le Nord jusqu'à A.

Et on peut même décrire ce

cercle, deux fois, trois fois, ou

plus, autour du pôle Sud ;

de sorte que ce type de

chemin correspond

à une infinité de

possibilités !

En effet, on peut

choisir, d'une

part la distance r

à laquelle on va

tourner autour du

pôle, d'autre part le

nombre de tours que

l'on décide de faire.

On part alors du point

situé à la distance x du pôle,

les distances r et x

étant simplement liées

par la relation :

$$x - r = k \times 2\pi r,$$

k pouvant prendre les valeurs

1, 2, 3, ...

Par exemple, en faisant

1000 mètres à chacun des

trois mouvements, on

peut prendre, à 1 m près,

$r = 160$ m et $x = 1160$ m.

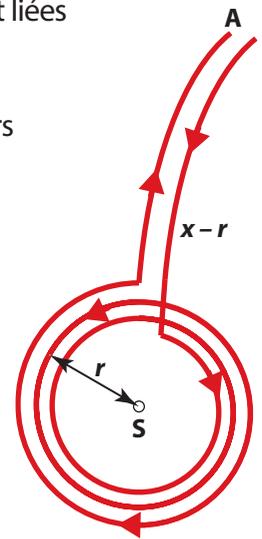
Ou bien faire 2 tours, avec

$r = 80$ m et $x = 1080$ m.

Ou bien faire 3 tours avec

$r = 53$ m et $x = 1053$ m.

Ou bien...



Note : attention à l'énoncé de ce problème, si vous voulez piéger vos amis, vous pouvez remplacer « Sud » par « Nord », ou même par « une certaine direction » ; mais il vous faut être attentif au fait que, venant du pôle Nord et allant vers le Sud, l'Est est à gauche, tout comme si vous allez vers le pôle Sud ; alors qu'il est à droite si vous allez vers le pôle Nord.

