



Égypte



- 3000

L'œil d'Horus

Les Égyptiens de l'ancienne Égypte avaient un système d'écriture pour les nombres entiers. Ils utilisaient aussi des fractions, ou plus exactement des divisions de l'unité (c'est-à-dire des fractions de numérateur égal à 1). L'écriture hiéroglyphique de certaines de ces fractions est liée à une sombre légende que nous vous racontons ici.

La légende du Dieu Thot

La déesse du ciel, Nout, s'était accouplée en secret avec Geb, le dieu de la terre. Râ, le soleil, s'en aperçut et voulut l'empêcher d'accoucher par une malédiction : à aucune date, aucun mois d'aucune année, elle ne pourrait donner naissance à un enfant. Cependant, le dieu Thot* était amoureux de Nout ; il décida de jouer aux dés avec la Lune et y gagna de pouvoir ajouter cinq jours à l'ancienne année lunaire de 360 jours.

Pour chaque jour adjoint au calendrier, Nout mit au monde un enfant : ainsi naquirent Osiris, Haroeris, Seth, Isis et Nephtys.

Mais l'histoire des enfants de Nout est elle-même assez tragique : Osiris a épousé sa sœur Isis. Seth a assassiné son frère Osiris et Isis entretint chez son fils Horus la volonté de venger son père.

Le combat entre Seth et Horus fut épouvantable, digne des pires atrocités divines : Seth arracha un œil de son neveu Horus et le découpa en morceaux. Thot décide alors d'aider Horus, recueille les parties éparpillées et parvient à régénérer l'œil « sain ».

(D'après les Œuvres morales de Plutarque, traduit en 1572 par Jacques Amyot.)



L'œil d'Horus, dieu mi-homme, mi-faucon

Chaque partie de l'œil était associée à une fraction comme le montre le schéma ci-dessous. Ainsi les hiéroglyphes de l'œil d'Horus étaient utilisés pour écrire des mesures de la vie courante, en particulier pour les quantités de céréales qu'on exprimait en fraction de *heqat*, une unité de capacité qui valait un peu moins de 5 litres.

- ◀ Partie intérieure de l'œil = $1/2$
- Pupille = $1/4$
- ~ Sourcil = $1/8$
- ▶ Partie extérieure de l'œil = $1/16$
- ⤿ Tache sous l'œil = $1/32$
- ▼ Larme = $1/64$

* Thot est le dieu de la parole, de l'écriture et du calcul. Il est considéré comme le scribe des dieux. Il est souvent représenté comme un homme à tête d'ibis.

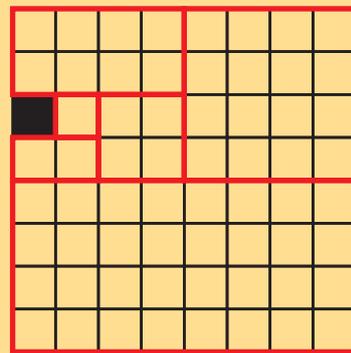
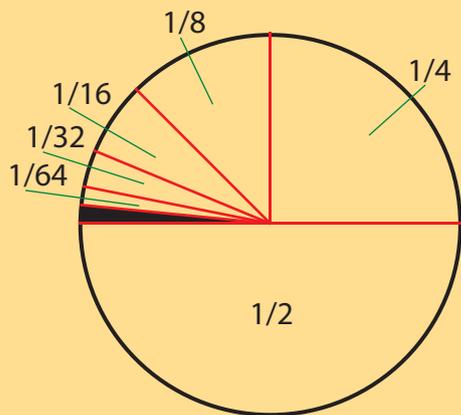
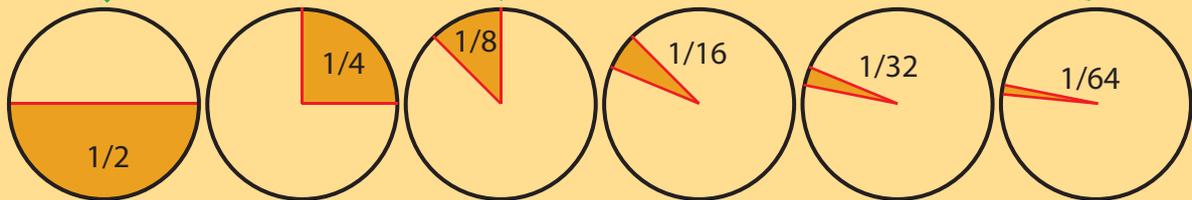
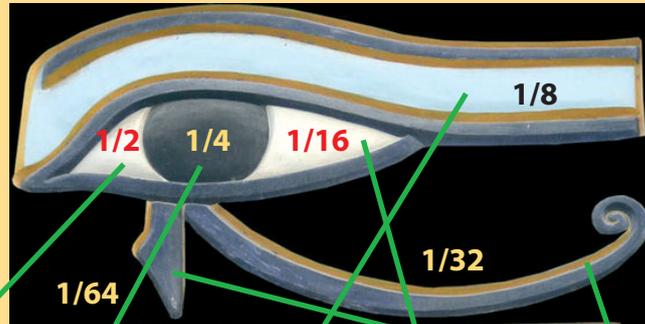
L'énigme du septième morceau

L'œil d'Horus est aussi appelé œil Oudjat. Oudjat signifie complet. Pourtant à première vue, l'œil d'Horus n'est pas si complet que ça.

?

5

Isis a représenté les fractions de l'œil d'Horus dans un disque :



Cherchons la fraction qui manque à $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$ pour obtenir 1.

Calcule avec nous : $\frac{1}{32} = \frac{2}{64}$, $\frac{1}{16} = \frac{4}{64}$, $\frac{1}{8} = \frac{8}{64}$, $\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$, $\frac{1}{2} = \frac{32}{64}$;

$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = \dots$

Calcule la somme des six fractions correspondant aux six morceaux de l'œil d'Horus.

Et vérifie que $1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$.

Quelle est donc la valeur que le Dieu Thot dut rajouter pour reconstituer l'œil complet ?

?

Les dix-sept chameaux

Un vieil homme qui vivait dans des contrées reculées aux frontières du désert fit venir ses trois enfants.

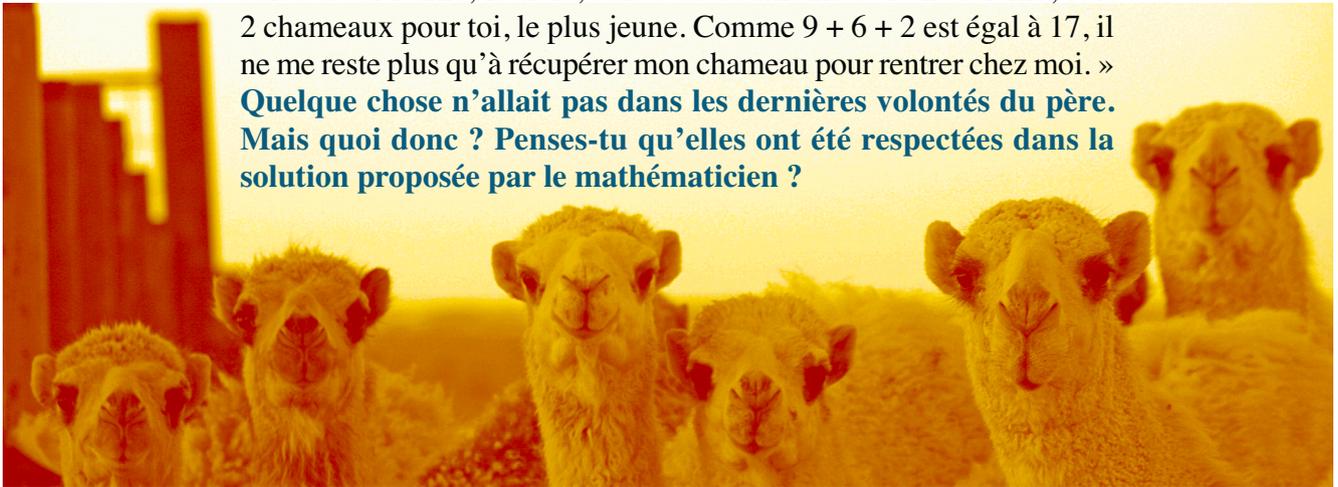
« Je vais mourir, leur dit-il, et je veux qu'après ma mort, vous vous partagiez mes biens : la moitié ira à mon fils aîné, le tiers à mon deuxième fils et le neuvième à mon plus jeune. »

À la mort du père, les fils étaient bien embêtés. Comment satisfaire les dernières volontés de leur père, sachant que l'héritage se composait en tout et pour tout de 17 chameaux ?

Ils firent alors venir le plus savant mathématicien du village qui arriva à dos de chameau. Voici comment il résolut le problème.

« Je vous prête mon chameau quelques instants. Votre troupeau comporte donc pour le moment 18 chameaux. J'en donne la moitié, soit 9 à toi l'aîné, le tiers, soit 6 au deuxième et le neuvième, soit 2 chameaux pour toi, le plus jeune. Comme $9 + 6 + 2$ est égal à 17, il ne me reste plus qu'à récupérer mon chameau pour rentrer chez moi. »

Quelle chose n'allait pas dans les dernières volontés du père. Mais quoi donc ? Penses-tu qu'elles ont été respectées dans la solution proposée par le mathématicien ?



Les défauts des fractions

Premier défaut : il n'est pas toujours facile d'ajouter des fractions.

7 **?** Calcule la somme $\frac{3}{2} + \frac{1}{5}$, puis la somme $1,5 + 0,2$.

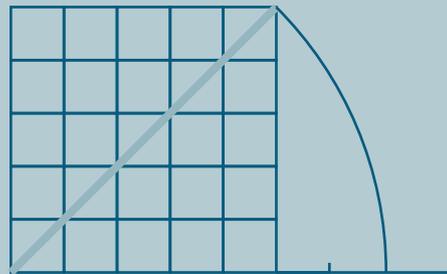
En fait, les nombres décimaux permettent de calculer de manière beaucoup plus pratique (voir *Simon Stevin*, page 16).

Second défaut : il y a des segments dont la mesure n'est pas une fraction.

Les fractions partagent ce défaut avec les décimaux. Et les mathématiciens ont mis longtemps à comprendre ce qu'il en était vraiment (voir page 29).

8

?



Trace sur un quadrillage un carré 5×5 et une de ses diagonales. En la reportant avec ton compas, tu pourrais croire qu'elle mesure exactement 7 unités. Mais, en réalité, il y a une petite différence : la mesure de la diagonale n'est ni un nombre entier, ni une fraction. **En faisant une grande figure, saurais-tu dire si la diagonale est plus petite ou plus grande que 7 ? Et que 7,1 ?**

5• $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{8}{64} + \frac{4}{64} + \frac{2}{64} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$. Thot dut rajouter $\frac{1}{64}$.

6• D'une part, le père, dans le testament n'a pas distribué tout son avoir car la somme $1/2 + 1/3 + 1/9$ ne fait pas 1, mais $17/18$. D'autre part, le nombre de chameaux, 17, n'est pas divisible par 2, ni par 3, ni par 9. Les volontés du père ne peuvent donc pas être respectées exactement ; mais, avec la solution du mathématicien, tout le monde a un peu plus. Du coup tout le monde est content, y compris le vieux père dans sa tombe.

7• $\frac{3}{2} + \frac{1}{5} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} + \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{15}{10} + \frac{2}{10} = \frac{17}{10}$. $1,5 + 0,2 = 1,7$. (Les termes des deux sommes sont égaux.)

8• La diagonale mesure 7,071... unités, soit entre 7 et 7,1 ; ce qu'un dessin précis t'aura permis de remarquer.